

Corrigé

```
from numpy import *
```

Si on utilisait `import numpy as np`, il faudrait ajouter le préfixe `np` aux fonctions `array`, etc.

A. Résolution d'un système inversible triangulaire

1)

```
def resout(A,B) :
    n = len(A) ; X = array(B)
    for i in range(n-1,-1,0) :
        for j in range(i+1,n) :
            X[i] = X[i] - A[i,j]*X[j]
        X[i] = X[i] / A[i][i]
    return X
```

2) Il y a deux boucles *for* imbriquées. Le nombre d'opérations est en $O(n^2)$.

B. Résolution d'un système inversible par la méthode du pivot

3) a)

```
def select(A,r) :
    s = r
    while A[s,r] == 0 : s = s + 1
    return s
```

b)

```
def echange(A,Y,r,s) :
    Y[r],Y[s] = Y[s],Y[r]
    Z = A[r].copy() ; A[r] = A[s] ; A[s] = Z
```

c)

```
def pivot(A,Y,r) :
    n = len(A)
    for i in range(r+1,n) :
        k = A[i,r]/A[r][r]
        A[i] = A[i] - k*A[r] # Variante : A[i,r:] = A[i,r:] - k*A[r,r:]
        Y[i] = Y[i] - k*Y[r]
```

4) a)

```
def triangulaire(A,Y) :
```

```

n = len(A)
for r in range(n) :
    s = select(A,r) ; if s>r : echange(A,Y,r,s)
    pivot(A,Y,r)

```

b) La complexité est en $n \times (O(n) + O(n) + O(n^2)) = O(n^3)$.

5)

```

def solve(A,Y) :
    A = array(A) ; Y = array(Y)
    triangulaire(A,Y)
    return resout(A,Y)

```

6) triangulaire(A,Y) effectue $O(n^2)$ opérations par pivot, donc $O(n^3)$ opérations.

Donc la complexité de solve(A,Y) est $O(n^3) + O(n^2) = O(n^3)$.

La complexité en mémoire est $O(n^2)$: on ne manipule qu'une seule matrice.

C. Résolution d'un système tridiagonal en temps linéaire

6)

```

def pivots (a,b,c,Y) :
    n = len(a) ; Z = zeros(n)
    d = [a[0]] ; Z[0] = Y[0]
    for i in range(1,n) :
        d.append( a[i]-c[i-1]*b[i-1]/d[i-1] )
        Z[i] = Y[i]-Y[i-1]*b[i-1]/d[i-1] )
    return(d,Y)

```

7)

```

def solve(a,b,c,Y) :
    (d,Z) = pivots (a,b,c,Y)
    n = len(Z) ; X = zeros(n)
    X[n-1] = Z[n-1]/d[n-1]
    for i in range(n-2,-1,-1) :
        X[i] = ( Y[i] - c[i]*X[i+1] ) / d[i]

```

8) Complexité en $O(n) + O(n) = O(n)$ opérations.